GPS Distance

Gesucht

Zwischen zwei gegebenen GPS-Ortskoordinaten

$P_0(\lambda_0, \varphi_0)$ und $P_1(\lambda_1, \varphi_1)$:
λ_i : geografische Länge, Einheit: $[\lambda_i] = rad$, $-\pi \leq \lambda_i \leq +\pi$
φ_i : geografische Breite, Einheit: $[\varphi] = rad$, $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi_i \leq +\frac{\pi}{2}$

die Erd-Ellipsoid-Bogen-Entfernungen

dx, dy und ds:
dx mit Einheit: $[dx] = m$, Strecke in östlicher Richtung positiv und westlicher Richtung negativ
dy mit Einheit: $[dy] = m$, Strecke in nördlicher Richtung positiv und südlicher Richtung negativ
ds mit Einheit: $[ds] = m$, positive Strecke in beliebiger Himmelsrichtung

auf der Erdoberfläche linearisiert berechnen.

Quellen

Marlen Schönig: Idee zur Linearisierung des GPS-Entfernungsproblems
Wikipedia: Erdradius
Wikipedia: Earth Radius

Gegeben

sind nun zwei Punkte (im Abstand ds angenähert ohne Krümmung) auf der Erdoberfläche:
$P_0 = (\lambda_0, \varphi_0)$ und $P_1 = (\lambda_1, \varphi_1)$

Gesucht

der Abstand beider Punkte dx, dy und ds

Lösung

Erdradius am Äquator konstant mit $R_{equator} = 6378137.0m$ (keine Abhängigkeit vom Längengrad λ)
Erdradius am Nordpol und Südpol: $R_{pole} = 6356752.314m$ (identisch für Nord- und Südpol)

Alle anderen Erdradien zwischen Äquator($R_{equator}$) und Polen(R_{pole}) sind (in erster Näherung) nur abhängig vom Breitengrad φ :

$$R(\varphi) = \sqrt{\frac{[R_{equator}^2 \cos(\varphi)]^2 + [R_{pole}^2 \sin(\varphi)]^2}{[R_{equator} \cos(\varphi)]^2 + [R_{pole} \sin(\varphi)]^2}} \quad (1)$$

weiterhin:
R_{point} : Abstand lokaler Erdoberflächenpunkte zur senkrechten Erdachse R_{pole}
R_{φ} : Radius Erde Oberfläche - Mittelpunkt (1)

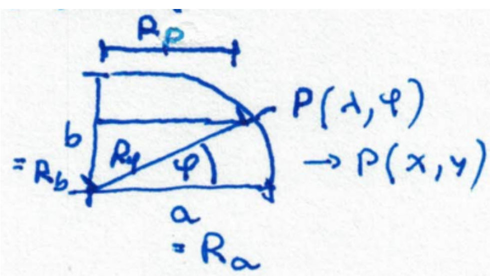
(1) liefert zwei Erdradien in Abhängigkeit von φ:

R_{φ_0} und R_{φ_1} und damit

R_m : mittlerer Erdradius an Koordinaten P_0 und P_1

$$R_m = \frac{R_{\varphi_0} + R_{\varphi_1}}{2}$$

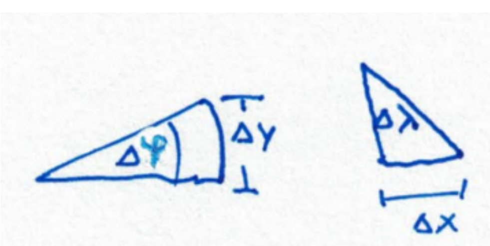
Lokaler linearer Ansatz:



$$\frac{\Delta\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{2\pi R_m}$$

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta y}{2\pi R_m}$$

Daraus ergeben sich dx, dy und ds zu:



$$\boxed{\Delta x = R_m \Delta\lambda}$$

$$\boxed{\Delta y = R_m \Delta\varphi}$$

$$\boxed{\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$$