

# Partielle Integration

## Übersicht

### Gegeben

Aufgabe zur Integration eines Produkts zweier Funktionen  $f(t)$  und  $g(t)$ :

$$F(t) = \int_t f(t)g(t)dt \quad (1)$$

### Gesucht

Stammfunktion  $F = F(t)$

### Lösung

Die Lösung der Stammfunktion  $F(t)$  ergibt sich zu:

$$F(t) = \int_t f'(t)g(t)dt = f(t)g(t) - \int_t f(t)g'(t)dt \quad (2.2)$$

oder

$$F(t) = \int_t f(t)g'(t)dt = f(t)g(t) - \int_t f'(t)g(t)dt \quad (3.2)$$

## Quellen

Wikipedia : [Partielle Integration](#)

## Download

Diese Seite als PDF-Dokument : [2303201807\\_PartialIntegration.pdf](#)

## Herleitung

$$(1) : F(t) = \int_t f(t)g(t)dt$$

$$\frac{d[f(t)g(t)]}{dt} = \frac{df(t)}{dt}g(t) + f(t)\frac{dg(t)}{dt}$$

$$\int_t \frac{d[f(t)g(t)]}{dt} = \int_t \frac{df(t)}{dt}g(t) + \int_t f(t)\frac{dg(t)}{dt}$$

$$\int_t d[f(t)g(t)] = \int_t \frac{df(t)}{dt} g(t) dt + \int_t f(t) \frac{dg(t)}{dt} dt$$

$$f(t)g(t) = \int_t \frac{df(t)}{dt} g(t) dt + \int_t f(t) \frac{dg(t)}{dt} dt$$

$$F(t) = \int_t \frac{df(t)}{dt} g(t) dt = f(t)g(t) - \int_t f(t) \frac{dg(t)}{dt} dt \quad (2.1)$$

$$F(t) = \int_t f'(t)g(t) dt = f(t)g(t) - \int_t f(t)g'(t) dt \quad (2.2)$$

$$F(t) = \int_t f(t) \frac{dg(t)}{dt} dt = f(t)g(t) - \int_t \frac{df(t)}{dt} g(t) dt \quad (3.1)$$

$$F(t) = \int_t f(t)g'(t) dt = f(t)g(t) - \int_t f'(t)g(t) dt \quad (3.2)$$

## Beispiel

$$\int_t t e^{at} dt \quad (4)$$

$$(3) : f(t) := t \text{ und } g'(t) := e^{at}$$

$$\Rightarrow f'(t) = 1 \text{ und } g(t) := \frac{1}{a} e^{at}$$

$$\Rightarrow \int_t t e^{at} dt = \frac{t}{a} e^{at} - \frac{1}{a} \int_t e^{at} dt$$

$$F(t) = \int_t t e^{at} dt = \frac{t}{a} e^{at} - \frac{1}{a^2} e^{at}$$

Probe:

$$\frac{d}{dt} \int_t t e^{at} dt = \frac{d}{dt} \left[ \frac{t}{a} e^{at} \right] - \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{a^2} e^{at} \right]$$

$$t e^{at} = \frac{1}{a} \frac{d}{dt} [t e^{at}] - \frac{1}{a^2} \frac{d}{dt} [e^{at}]$$

$$t e^{at} = \frac{1}{a} [e^{at} + t a e^{at}] - \frac{1}{a} [e^{at}]$$

$$t e^{at} = \frac{1}{a} [e^{at} + t a e^{at} - e^{at}]$$

$$t e^{at} = t e^{at} \text{ q.e.d}$$